


## 引領思維，「閱讀」潛能

引領思維閱讀策略融入數學「悅」讀提升潛能寫作




成淵高中 林鳳美老師

## 教育志向 教育傳承

行動研究的創作  
投稿全國高中數學教學研討會(MTS)  
演講  
編寫一本幾何書,正編寫第二本書

**創新教學**

萌發大樹種子  
培訓數理競賽  
開發專題課程  
培訓數理競賽



**教育使命**

**班級經營**

萌發生命教育種子  
實踐之探察之旅  
活化之探察之旅

**數學素養**  
數學實作與數學寫作  
為中小學科普叢書而努力

## 相遇幾何，遇見行動

1. 打開思考的金鑰匙~ (2012教育專業經驗分享類優等)  
運用「創意思考」促進高層次數學研究之能力
2. 數學解題0到無限~ (2013教育專業經驗分享類特優)  
透過合作學習道出層層多元思維
3. 幾何建構「網」出無限~ (2013行動研究論文發表類特優)  
透過團體探究法萌發創意思考之發現
4. 觀幾何，唯圖造~ (2014創新教學活動設計類佳作)  
從多元智慧融入數學實作造見數學之美
5. 閱書解數，創新思考~ (2014行動研究論文發表類特優)  
情境認知理論網出數學寫作
6. 孩子與書~ (2015行動研究論文發表類特優)  
班級經營運用視域交融活出生命

創意

↓

創造思考

↓

創新

## 相遇幾何，創造奇蹟

指導台北市科展、全國科展、邱成桐中學數學獎  
旺宏科學獎、國際科展以及青培計畫

- (1). 第44屆台北市科展榮獲一件作品入選獎與研究精神獎。
- (2). 第45屆台北市科展三件作品榮獲2件佳作、2件研究精神獎與1件入選。
- (3). 第46屆台北市科展二件作品榮獲1件特優與1件入選。
- (4). 第47屆台北市科展三件作品榮獲1件特優、2件佳作  
(1件研究精神獎與1件團隊合作獎)。
- (5). 第48屆台北市科展一件作品榮獲1件特優與創意獎。
- (6). 第49屆台北市科展一件作品榮獲1件特優。
- (5). 第53屆全國科展一件作品榮獲團隊合作獎。
- (6). 第54屆全國科展一件作品榮獲第三名。
- (7). 第十屆、第十二屆旺宏科學獎各一件作品榮獲佳作。
- (8). 第六屆邱成桐中小學數學獎一件作品榮獲入選獎
- (9). 科教館103年、105年度青少年培育計劃各完成一件作品
- (10). 2017台灣國際科展榮獲四等獎。
- (11). 第50屆台北市科展二件作品通過入選名單，正要進入初審與複審中。
- (12). 科教館106年通過青少年培育計劃初審一件作品，正要進入複審中。

## 相遇幾何，創造奇蹟

### 《千古圓錐曲線》

本書要指出「燦爛星空」才是幾何學更重要的發源地。自古以來人類仰頭看星空，就有了無垠的想像，看那

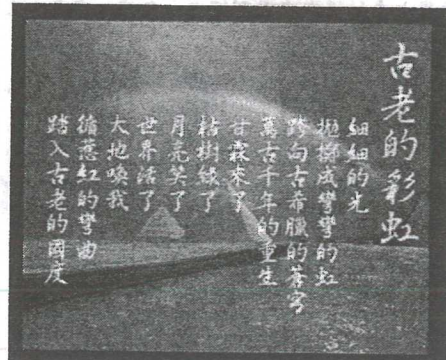
繁星點點，流星稍縱即逝，月亮是圓的。依序就是“點”、“直線”、“圓”的源起之一，是歐氏幾何學的出發點。

窮究“所以然”300年——演繹法建立整個幾何學


幾何源於古希臘，天文是幾何的故鄉。

## 相遇幾何，創造奇蹟

### 《千古圓錐曲線》



古老的彩虹  
細細的光  
拋擲成彎彎的虹  
踏向古希臘的蒼穹  
萬古千年的重生  
甘霖來了  
枯樹綠了  
月亮笑了  
世界活了  
大地喚我  
循著紅的彎曲  
踏入古老的國度



## 春之靈

春是忙碌的  
燕子剪不斷  
尺規的世界  
上下苦惱著  
楊柳卻是染綠了  
簡草歐氏曲線  
和煦的光線  
四射十餘光芒  
隨意拂落一地小花  
田野上  
風暖暖地  
敘說古老的智慧  
擺出個個姿態  
和翩翩的蝴蝶  
爭相與花共舞  
延展了  
幾何之皇家大道



## 創意·創造·創新

**創意**：能提出具有畫龍點睛效果的點子  
**創造**：利用現有的知識，開發出自己獨到的見解與成果，是**思考能力展現的歷程**  
**創新**：將舊思維、舊想法當做基礎，突破窠臼的作為，讓一個全新的理念完整呈現出來。簡單來說就是**創意被執行出來**

荷蘭的真實數學教育，強調教育應該「引導」學生，是經由做數學而有「再發明」數學的機會，是個「數學化」的過程。




## 數學研究的價值

哲學家康德(Kant)對學生說：  
 「在我的身上，你們學不到哲學，  
 而只能學到如何從事哲學思考——  
 即  
 學不到背記的知識，只學到如何思考。」

你們要為自己去思考，為自己去作研究，  
 要獨立思考和獨立判斷，更要有自己的見地！」

牛頓 (Newton, 1643-1727) 說：  
 如果說我看得比別人遠，那是因為我站在巨人的肩上。



## 閱讀是教育的靈魂

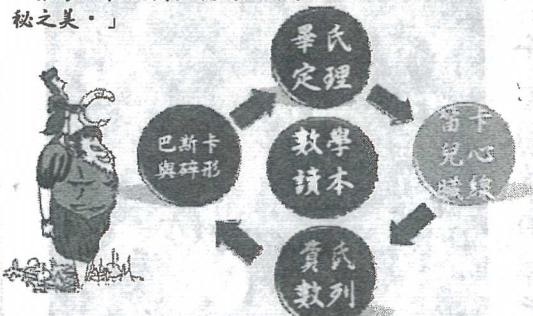
「語文為學科之母；數學為科學之父。」

數學不只是一種溝通科學的語言與工具，  
 若要打開數學知識翱翔的翅膀，就要從  
 「閱讀」啟動實踐之鑰匙，培養閱讀能力，  
 讓孩子站在巨人的肩膀，看得更高更遠！

此外，更培養學生  
 學習科學方法以及五項能力養成，奠定  
 科學教育的基礎，走進科學的奧秘天堂裡。

## 數學讀本與科普讀本

共同特性為  
 「數學內在結構與應用到探索大自然、宇宙、生命的奧秘之美。」



畢氏定理  
 數學讀本  
 費氏數列  
 笛卡兒心線  
 巴斯卡與碎形



## 數學閱讀的五項特性及能力培養



符號定  
義公式  
與述語

新舊概  
念同化  
與延伸

閱讀讀  
本的理  
解連貫

論證的  
定理化  
歷程


數學閱讀培養能力  
 語言理解能力  
 運算計算能力  
 邏輯思維能力  
 組織語言能力  
 創造思考能力

猜測想  
像推理  
的認知  
歷程

### 數學閱讀

一是用數學的邏輯以及閱讀科學方法達到一般讀寫技巧  
 二是由數學的先備知識，促進有效率的解決數學問題。  
 三是能用數學特殊的讀寫技巧應用閱讀策略去探索數學世界。

因此，數學閱讀是需要引導的，  
 學會閱讀 (Learning to Read)，  
 才能在閱讀中學習 (Reading to Learn)。



### 引領思維閱讀策略

**思考歷程向度**

記憶 理解 應用

**閱讀理解**

直接理解 詮釋理解

數學研究

分析

評鑑與創造

數學寫作

定義符號  
 猜測發現  
 推論論證  
 數學價值

摘要、精測、提問、細讀、提問、澄清、提問、驗證等等八個步驟


### 數學思維

數學是一種思維

Mathematics is a mode of thinking.

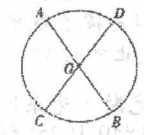
創造性思維 (creative thinking)  
 邏輯性思維 (logical thinking)  
 批判性思維 (critical thinking)

此外還包括：  
 分析 (analysis)、歸納 (induction)  
 演繹 (deduction)  
 及解決難題 (problem-solving)  
 及...等等思維。

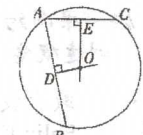


### 數學思維開啟- 創造性思維

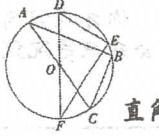
如何找圓心




折疊法



垂直平分線法



直角法




### 數學思維開啟-歸納

$n^{\circ}$	$0^{\circ}$	$1^{\circ}$	$2^{\circ}$	$3^{\circ}$	$4^{\circ}$	$5^{\circ}$	$6^{\circ}$	$7^{\circ}$	$8^{\circ}$	$9^{\circ}$	$10^{\circ}$
$K_n^{\circ}$	1	2	15	28	209	390	2911	5432	40545	75658	564719

觀察出  $K_n$  的遞迴關係

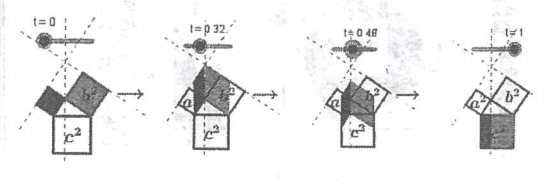
$$\begin{cases} K_{2n+1} = 2K_{2n} - K_{2n-1}, n \geq 2 \\ K_{2n} = 8K_{2n-1} - K_{2n-2} \end{cases}$$

$K_{n+1} = K_n + 7K_{n-1} - K_{n-2}, n \geq 2$



### 數學思維開啟- Geogebra繪圖動態幾何

$t=0$     $t=0.32$     $t=0.48$     $t=1$



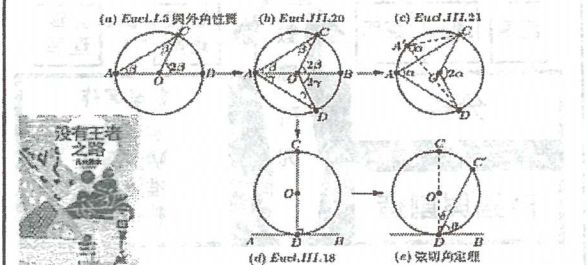
Step1   Step2   Step3   Step4   Step5

### 數學思維開啟-公理演繹系統動態幾何

Eucl. I.5：等腰三角形二腰對應的二底角相等。(驢橋定理)

Eucl. III.20：在圓上的圓心角等於圓周角的2倍。

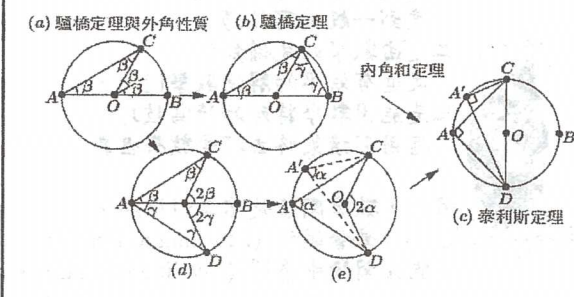
Eucl. III.21：在一個圓中，同一弓形上的角是彼此相等的



### 數學思維開啟-公理演繹系統動態幾何

Eucl. I.5：等腰三角形二腰對應的二底角相等。(驢橋定理)

Eucl. III.31：半圓的內接角為直角。(泰利斯定理)



### 數學研究延伸

哲學家康德

(Immanuel Kant, 1724~1804)

「任何學問的發展都是從直觀出發，  
到達概念，最後止於理念。」



數學家菲立克斯·克萊因

Felix Klein (1849-1925) 說：

「傾聽公式的音樂，  
你才能談論其它的事情。  
公式只是沉默，並非沉睡。」

### (I) 畢氏定理



古巴比倫泥版



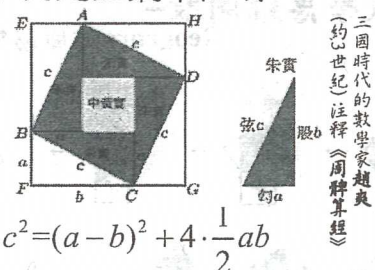
畢達哥拉斯

$$a^2 + b^2 = c^2$$

現約有520種證明方法，是  
數學定理中證明方法最多的  
定理之一。

### (I) 畢氏定理最早證明-弦圖

用數學式來推導



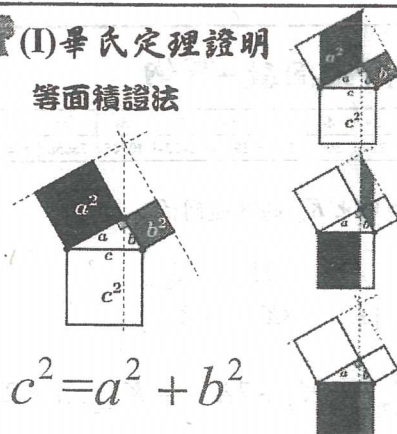
$$c^2 = (a-b)^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} ab$$

$$\Rightarrow c^2 = a^2 - 2ab + b^2 + 2ab$$

$$\Rightarrow c^2 = a^2 + b^2$$

### (I) 畢氏定理證明

等面積證法

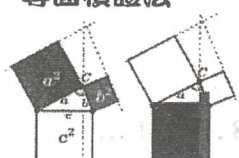


$$c^2 = a^2 + b^2$$

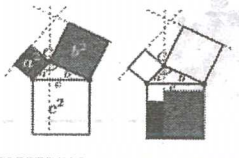
歐幾里得  
利用等面積證法讓畢氏定理有了一般性

### (I) 畢氏定理證明

#### 等面積證法




$\angle C$  銳角  
 $a^2 + b^2 > c^2$




$\angle C$  鈍角  
 $a^2 + b^2 < c^2$

畢氏定理  
↓  
餘弦定理  
↓  
畢氏逆定理  
↓  
樞紐定理  
↓  
逆樞紐定理  
↓  
畢氏定理



愛因斯坦說：  
「數學之所以比一切其他科學受到尊重，一個理由是因為他的命題是絕對可靠和無可爭辯的，而其他的科學經常處於被新發現的事實推翻的危險。  
... 數學之所以有高聲譽，另一個理由就是數學使得自然科學實現定理化，給予自然科學某種程度的可靠性。」



英國邏輯家羅素(B. Russell, 1872-1970)說：  
「數學最讓我欣喜的是，事物可以被證明。」因此，更加肯定學會數學閱讀的重要性，才能在閱讀中。  
本課程指的潛能寫作是偏重於數學概念、定義、定理的理論化歷程，若需要達到成效，是必須引導的。

英國邏輯家羅素(B. Russell, 1872-1970)說：  
「數學最讓我欣喜的是，事物可以被證明。」因此，更加肯定學會數學閱讀的重要性，才能在閱讀中。  
本課程指的潛能寫作是偏重於數學概念、定義、定理的理論化歷程，若需要達到成效，是必須引導的。

### 基測傷了數學

只有基礎題，卻有難題代價在裡面... 難度與競爭力...

基測傷了數學

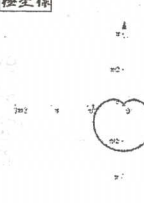
在基測中，數學佔了很大的比例。但由於時間有限，學生往往只能做基礎題，而忽略了更具挑戰性的題目。這不僅影響了學生的數學能力，也讓他們對數學失去了興趣。



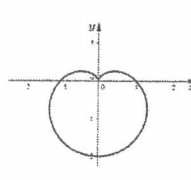
### (II) 心臟線啟發

#### 笛卡兒座標 (Cartesian coordinates)

極坐標



直角坐標




$$r = a(1 - \sin \theta), \quad 0 \leq \theta < 2\pi$$

### (II) 心臟線啟發-人生方程式創作


$\log(\text{努力} + \text{態度}) \times (\text{恆心} + \text{毅力}) = \text{成功} \cdot \omega$

$(\text{毅力}) \times \sqrt{\text{努力}} + \log(\text{態度} \times \text{決心}) = \text{成功} \cdot \omega$

$\text{成就} = x \cdot \text{努力} + y \cdot \text{運氣}, \quad x \geq 0, 0 \leq y \leq 1 \cdot \omega$




$x = 16 \sin^3(t)$   
 $y = 13 \cos(t) - 5 \cos(2t) - 2 \cos(3t) - \cos(4t), \quad 0 \leq t < 2\pi$




神學家與哲學家奧古斯丁  
(Augustine of Hippo, 354-430)

如果一個方程式，我不懂它的意義，那它不能教我任何東西。但如果我已經知道此方程式的用途，教我，讓我得到知識。

**$e^x$  的愛情**  
 「象徵至死不渝堅定的愛情」  
 原因  
 微分是斜率變化，  
 不管微分多少次，都是  
 $e^x$  歷劫不變  
 即是  $(e^x)' = e^x$

**(III) 費氏數列**  
  

$$\begin{cases} F_0 = 0, F_1 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, n \geq 2 \end{cases}$$
 斐波那契  
 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...  


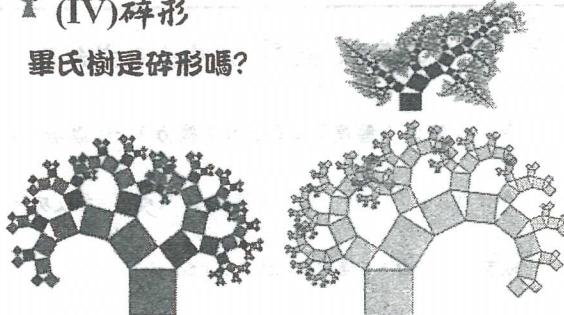
**(III) 費氏數列**

	34
	55
數學家發現了	89
許多費氏數列的特性。	144
	233
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...	377
	610
	987
	1597
	+ 2584
	????

**(III) 費氏數列**

	34
	55
數學家發現：	89
連續 10 個費氏數之和	144
，必定等於	233
第 7 個數的 11 倍！	377
	610
	987
<b>答案</b>	1597
$610 \times 11 = 6710$	+ 2584
	????

**(III) 費氏數列**  
 任何正整數皆可寫成若干不同的費氏數之和。  
 $F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = 2, F_4 = 3, F_5 = 5,$   
 $F_6 = 8, F_7 = 13, F_8 = 21, F_9 = 34, \dots$   
 $4 = 1 + 3 = F_1 + F_4$   
 $6 = 1 + 2 + 3 = F_1 + F_3 + F_4$   
 $7 = 2 + 5 = F_3 + F_5$   
 $50 = ? \quad 100 = ?$

**(IV) 碎形**  
 畢氏樹是碎形嗎？  


**(IV)碎形(fractal)**

在1975年法國數學家曼得布洛特推廣出一套新的幾何學，就是碎形，它是用來描述”其組成部份以某種方式與整體相似的形體，其特徵是探討自我相似的圖形，也就是說，整體形狀看上去和它的一部分很相似

**(IV)碎形**

0維為一點  
 一維為線  
 二維為一個長和寬(或曲線)面積  
 三維為二維加上高度形成體積面  
 四維為三維加入時間的進階體積面

**碎形維度**

**【定義】** 如果一個碎形  $S$  可以劃分成  $N$  個一樣大小(在歐氏幾何的意義下)的子集，每一個都是原集合  $S$  的  $r$  倍，則  $S$  之碎形維數(或相似維數)  $D$  為

$$D = \frac{\log N}{\log(\frac{1}{r})}$$

**(IV)碎形**

波蘭著名的數學家謝爾賓斯基 Sierpinski 於 1916 年提出 Sierpinski Carpet

$$D = \frac{\log 8}{\log 3} \doteq 1.893$$

**(IV)碎形**

**Peano Curve**

$$D = \frac{\log 9}{\log 3} = \frac{2 \log 3}{\log 3} = 2$$

$$D = \frac{\log 4}{\log 2} = 2$$

代表疊代無限次之後能夠填滿一個平面區域

**引領思維閱讀發展階段**

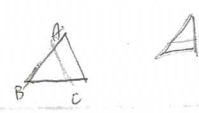
學會閱讀	提問教學法-引領思維閱讀策略	
數學、科書讀本	教師指導 師生進行提問、發表	教師指導 發展創造思考之作
自主閱讀	直接理解至統整解釋	統整解釋至評鑑創造
連結新舊知識	鞏固學習 核心	擴展概念
啟蒙時期	萌芽時期	研究時期
學習理解閱讀，教學是一種思維	已具備數學思維，進行數學內在結構的推理論證歷程，最終完成創造思考之作品	
摘要、精測、提問、細讀、提問、澄清、提問、驗證等等八個步驟		

### 教學策略與閱讀策略

閱讀歷程	閱讀策略 (內在)	教學策略 (外在)	閱讀理解能力
直接理解	直接閱讀、重作筆記、畫重點	提問	概略瞭解讀本表層涵義後，能理解定義、符號、基本性質。
詮釋理解	摘要、猜測	概念構圖、構圖方式呈現摘要、提問	解釋讀本中含義與脈絡，並用架構圖方式呈現摘要，根據已知性質猜測推廣新的性質。
統整解釋	細讀、澄清、驗證	概念構圖、提問、分析圖證	架構圖擴大，透過嚴謹邏輯思考連結新舊知識，建構出新的性質。
評鑑創造	提問、舉例、澄清、驗證	寫作、答作、討論	學生主動提問增進自我覺察推論的正確性，以及連結知識建構創造性質，共同討論有效澄清，最後達到寫出嚴謹的論證結果。

### 概念構圖

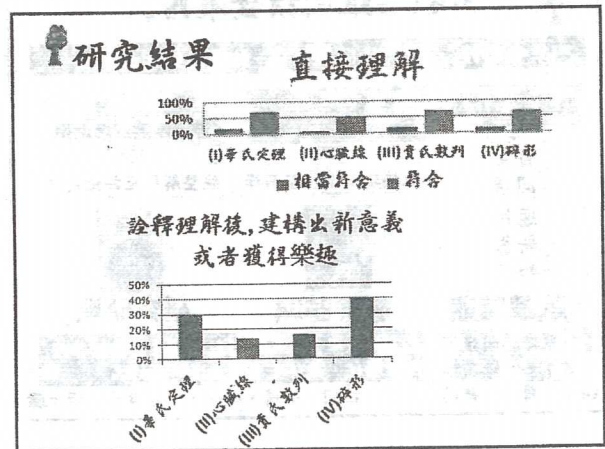
幾何觀點與代數觀點是層層相扣，而不是單向而是雙向脈絡，包含有「用數來解形」與「用形來解數」之奧秘，更清楚表達數學奧秘。



### 提問教學法

類型	說明
探索式	教師帶領學生用探索式的提問，共同提出問題，進行討論直到達到解決問題。
聚焦式	教師隨時提醒學生注意到討論的主題，其規律性(pattern)、一般性(generality)或是某種數學特徵(feature)時應採用聚焦式提問。教師也提出有意義的問題，撇開不相關的訊息，目的要學生將注意力聚焦於核心主軸上。
檢驗式	檢驗式提問是在確認學生對問題理解的程度，所提出的檢驗問題。這方法往往比紙筆評量更具即時性與功能性。注意，檢驗式問題要強化論證，因為要將問題定理化，得到有意義的結果。

- ### 提問教學法功能
- 引出舊有的知識與概念，再將新知識的意義與內涵使之結合。
  - 促進學生思考、理解問題，進而嘗試解決問題而產生新的知識，認知上有新的突破。
  - 提問策略促進學生在閱讀教學或科普讀本時，增加學習提問的次數及深度。
  - 提問策略擴充學生的理解度，也透過延伸性的提問，增加全盤了解。
  - 提問策略導引出學生思考方向，擴充創造思考的廣度。



### 數學講座流程表

活動	時間	活動課程	備註
一	13:10-13:15	開幕	師長致詞
二	13:15-13:45	引領思維，「閱讀」潛能甚麼才是數學	鳳吳老師
三	13:45-13:55	談畢氏定理	寶習老師 鳳吳老師
四	13:55-14:15	談心臟線 提問：畢氏、萬卡兒與你	寶習老師 鳳吳老師
五	14:15-14:25	談費氏數列	蔡同學、許同學、林同學、鳳吳老師
六	14:25-14:40	談碎形 提問：費氏、碎形與你	林同學、陳同學 鳳吳老師
七	14:40-14:55	回饋時間	全體人員
八	14:55-15:00	榮耀時刻	校長頒獎



### 數學講座回饋

對照組 回饋單

A生 原來數學不是一堆無趣的題目，其實裡面也是充滿了許多主題和特性值得我們探討的。

B生 在我們的生活周遭也能發現數學的存在，我們也能用不同的方式來表達。例如：畢氏定理有很多不同種類的證明方法。

C生 希望以後能夠有機會和同學、老師交流，發現更新更快的思路解決同一個問題。

D生 我覺得這個講座很有幫助，希望學校能夠繼續辦理，因為聽完這個講座後，獲益良多。

E生 我瞭解不只是四個主題的內涵，同時也體會到閱讀這項技能的重要之處。閱讀是打開世界的一扇窗，也讓我們能站在巨人的肩膀上看世界。

F生 數學有很多的方向，不只是現在所學習的這些，而是像成長中的大樹不斷延伸，跳脫現實的思維，才能看見數學最真實的一面。

G生 費氏數列的起源，竟然是從奇怪的兔子問題開始，一個偉大的理論原來是從微小的地方開始。

H生 很喜歡數學研究的課程，希望有機會能有更多的時間接觸“不一樣”的數學。

### 詮釋理解回饋單

實驗組 回饋單

A生 原來碎形並不局限於巴斯卡三角形，大自然很多東西都與最行有關，例如海岸線，樹，雪花等，大開眼界之餘也驚嘆大自然之美妙，也對碎形有更深的瞭解。

B生 想到生活中其實有相當多的碎形，只是平常都沒有注意到。藉由這次講座也學到了維度的計算，不只是平面或立體空間。

C生 原來在大自然中隱藏著這麼多的費氏數列，而我非常喜歡鸚鵡螺的黃金螺線，因為它呈現是非常漂亮的，數列方形呈現黃金比例！

D生 高一學到遞迴數列時，費氏數列總是被草草帶過，不會仔細得去探討。如果沒有今天的發表，我就不會知道費氏數列間也能形成黃金比例，甚至能畫出黃金螺線。

### 研究結果 語言理解及邏輯思考力

■ (I) 畢氏定理      ■ (II) 心臟線  
■ (III) 費氏數列    ■ (IV) 碎形

幫助程度	(I) 畢氏定理	(II) 心臟線	(III) 費氏數列	(IV) 碎形
很有幫助	36%	41%	26%	64%
有些幫助	18%	26%	51%	67%
一點點幫助	10%	18%	8%	7%
完全沒幫助	0%	0%	0%	0%

實驗組在語言理解能力、運算計算能力、邏輯思維能力、組織語言能力與創造思考能力都有明顯得助益，由作品參賽的具體表現得到答案。

### 數學寫作之探原

法國數學家龐加萊(Poincare, 1854-1912)認為數學家與藝術家的工作是一樣的，學習研究數學者對數學之美更應該有所領略。

而我深信「只要用心觀察身邊事物，都能發現有趣的事，美的饗宴在於用心去感受與體驗。」。

"A scientist worthy of his name, about all a mathematician, experiences in his work the same impression as an artist; his pleasure is as great and of the same nature."  
Henri Poincaré

龐加萊是19世紀初的領袖數學家，是維高斯之後對數學及其應用具有全面知識的最後數學家。

### 研發幾何之美

一是應用於日常生活  
二是數學內在結構之美  
三是應用到探索大自然、宇宙、生命的奧秘

鸚鵡螺與黃金比例

### 秋葉

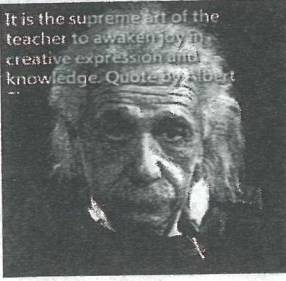
數感 一片秋葉道涼意  
形感 秋意濃濃見規尺  
風感 風盪漾望美感  
律感 葉風盪漾望美感

歌頌著幾何之美~  
數感、形感、規律感以及美感

**愛因斯坦名言**

教師教學的至高藝術就是要喚醒學生  
享受知識創造與表現之無窮樂趣

It is the supreme art of the teacher to awaken joy in creative expression and knowledge. Quote by Albert Einstein




教師教學上最崇高的理想，帶領著學生朝向學術性的潛能寫作之路，是樂趣外，更是階段性的意義與使命。

乘


你乘著風  
遨遊著  
天上的月光  
與日出相過  
連雲海也笑了

沉靜中  
飄來陣陣  
瞬間的變化  
打開你的心房  
呼吸間  
震盪著  
翱翔的靈魂  
等待有一天  
再度璀璨

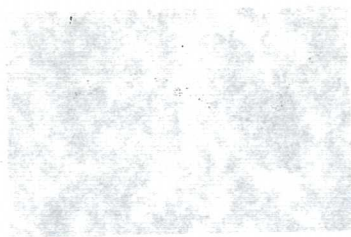
The End



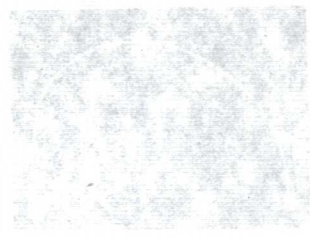
果... 10



果... 10



果... 10



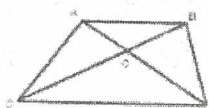
# 基測傷了數學

【撰文／張海潮（台大數學系退休教授，著有《說數》等書）】

國民中學學生基本學力測驗（以下簡稱基測）終於走入歷史。這項從 2001 年開始實施的測驗，打著「中間偏易」的大旗，用四選一的單選題主宰了 10 幾年來的高中選才和國中教學，其影響有待深究。但是在深究之前，先來看看基測對國中幾何教學的傷害，可以說是慘不忍睹。

本來幾何教學的目標是：第一、培養空間感；第二、培養推理證明的能力。如果幾何教學只是背誦定理而不進行證明，例如：老師在課堂上告訴學生，三角形三中線交於一點，此點稱為「重心」，卻不說明為何如此，那不如不學。但是因為基測只考單選題，在教學現場的老師逐漸放棄了對證明能力的要求。下面舉兩個當下在國中段考如何考幾何證明的實例，來看看幾何教學的異化：

題一：如圖一，梯形 ABCD 中，對角線交於 O 點，如果你要證明  $\triangle AOD$  和  $\triangle BOC$  的面積相等，下面哪一個敘述是這兩個三角形面積相等的原因？(1)  $\triangle AOD$  和  $\triangle BOC$  全等 (2)  $\triangle AOD$  和  $\triangle BOC$  相似 (3)  $\triangle ADC$  和  $\triangle BDC$  面積相等，並且各自扣掉  $\triangle DOC$  之後面積仍然相等 (4)  $\angle AOD = \angle BOC$



圖一

答案當然選(3)，因為用排除法可以排去(1)、(2)，然後在(3)、(4)中挑一個說話說得多一點的選項。

題二：如圖二，如果要證明圓心角 AOB 是圓周角 APB 的兩倍，則在圖三中，哪一條直線是正確的輔助線？請選出正確的選項。

(1) 過 P 點的切線 (2) 過 A 點的切線 (3) 過 B 點的切線 (4) 過 OP 的直徑



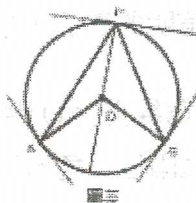
圖二

答案選(4)，因為三條切線地位平等，既然是單選題，好歹選一個「與眾不同」的選項。

有一些習慣和稀泥的人會出來打圓場說：能夠猜出答案也是一種能力。這話說得好，日常生活中當然會碰到要靠「猜」來解決問題，但是大自然總不會先提出四個可能來請你猜吧？而且「猜」無論如何只是「大膽假設」之第一步，後續「小心求證」呢？誰再來提供選項給你繼續猜呢？

就以第一題來說好了，為什麼不能改成過去的考法？

題三：如圖一，在梯形 ABCD 中，對角線交於 O，請問（一） $\triangle AOD$  和  $\triangle BOC$  的面積是否相等？（二）請對（一）的答案說明你的理由。



就在今年，教育部舉辦了一次因應十二年國教新上路的模擬會考，數學科出了一題類似上述題三的考題，結果大部份考生沒有作答，主要的原因是「非單選題」。事已至此，我要問數學老師、數學教授，以及所有還認為數學應該是重要學科的人，你們為什麼不生氣？

2001 年第一屆基測的考生現在已經 28 歲了，一個國家從 15 歲到 30 歲的世代大部份不知數學證明為何物，尤其是不知道為何理解定理需要經過證明，更對定理之確立毫無追求證明的動機。而上一個世代的長輩卻頻頻抱怨年輕世代毫無競爭力，這樣的世代不正是我們集體造就出來的嗎？還是基測惹的禍？

【2013-07-15/聯合報】全文網址:科學力／基測傷了數學 - 好讀周報 - 線上學習 - udn 文教職考

[http://mag.udn.com/mag/edu/storypage.jsp?f\\_ART\\_ID=466402#ixzz2ZYOXqzpD](http://mag.udn.com/mag/edu/storypage.jsp?f_ART_ID=466402#ixzz2ZYOXqzpD)

Power By udn.com