

104 年國中教育會考數學科非選擇題樣卷說明

一、第 1 題試題內容、評分指引、樣卷說明

< 試題內容 >

大冠買了一包宣紙練習書法，每星期一寫1張，每星期二寫2張，每星期三寫3張，每星期四寫4張，每星期五寫5張，每星期六寫6張，每星期日寫7張。若大冠從某年的5月1日開始練習，到5月30日練習完後累積寫完的宣紙總數已超過120張，則5月30日可能為星期幾？請求出所有可能的答案並完整說明理由。

< 評分指引 > 依據評分規準，此題評分指引如下：

分數	評分指引
3	<ol style="list-style-type: none">1. 正確利用張數的規律性，完整列舉並檢驗可能的情形，得出正確結論。2. 正確利用張數的規律性列出不等式並求解，得出正確結論。
2	<ol style="list-style-type: none">1. 正確利用張數的規律性，完整列舉並檢驗可能的情形，得出合理結論，但過程中出現計算錯誤。2. 正確利用張數的規律性，完整列舉並檢驗可能的情形，但未明顯呈現正確結論。3. 正確利用張數的規律性，未完整列舉並檢驗可能的情形，得出正確結論。4. 正確利用張數的規律性列出不等式並求解，得出合理結論，但過程中出現計算錯誤。5. 正確利用張數的規律性列出不等式並求解，但未明顯呈現正確結論。
1	<ol style="list-style-type: none">1. 呈現張數的規律性，但列式、列舉或檢驗的過程未呈現或不合理。2. 呈現張數的規律性，但未完整列式、列舉或檢驗，且未得出正確結論。
0	<ol style="list-style-type: none">1. 只有答案或與題目無關。2. 策略模糊不清或錯誤。

< 樣卷說明 >

序號	3分樣卷-1	<p>A: 星期五、六、日 #</p> <p>$30 \text{天} \div 7 = 4 \text{星期又} 2 \text{天}$</p> <p>若 5/1 \Rightarrow 星期一</p> <p>$4 \times (1+2+3+4+5+6+7) + 1+2 = 115, 5/30 = \text{星期二}$</p> <p>$\Rightarrow$ 二</p> <p>$112 + 2+3 \Rightarrow 117, 5/30 = \text{星期三}$</p> <p>$\Rightarrow$ 三</p> <p>$112 + 3+4 \Rightarrow 119, 5/30 = \text{星期四}$</p> <p>$\Rightarrow$ 四</p> <p>$112 + 4+5 \Rightarrow 121, 5/30 = \text{星期五}$</p> <p>$\Rightarrow$ 五</p> <p>$112 + 5+6 \Rightarrow 123, 5/30 = \text{星期六}$</p> <p>$\Rightarrow$ 六</p> <p>$112 + 6+7 \Rightarrow 125, 5/30 = \text{星期日}$</p> <p>$\Rightarrow$ 七 $112 + 7+1 \Rightarrow 120, 5/30 = \text{星期一}$</p> <p>三種過120張皆寫超</p>
分數	3	
指引	1	
樣卷說明		
正確利用張數的規律性，完整列舉並檢驗 5/1 的 7 種情形，得出 5/30 為星期幾的正確結論。		

序號	3分樣卷-2	<p>5/1 \sim 5/30 \rightarrow 共30天 \rightarrow 4週+2天</p> <p>1週 = $(1+2+3+4+\dots+7) = 28$張</p> <p>4週 = 112張</p> <p>設 5/29 寫 x 張, 5/30 寫 $x+1$ 張</p> <p>$112 + x + x + 1 > 120$</p> <p>$2x > 7$</p> <p>$x = 4.56$</p> <p>$x=7$ (不合) $\because 112+7+1=120$</p> <p>故 5/30 為星期五、六、日</p> <p>A: 五、六、日</p>
分數	3	
指引	2	
樣卷說明		
正確利用張數的規律性列出宣紙總數超過 120 張的不等式並解出正整數解，得出 5/30 為星期幾的正確結論。		

序號	2分樣卷-1	$1+2+3+4+5+6+7=28 \rightarrow$ 週的用量 $\frac{30}{7}=4 \dots 2$ $28 \times 4 = 112$
分數	2	
指引	1	
樣卷說明		
<p>正確利用張數的規律性，完整列舉並檢驗7種情形，但在5/30為星期一時出現計算錯誤(7+1=9)，且根據此錯誤前提下作出5/30為星期一時累積張數大於120的推論，得出5/30可能為五六日一的合理結論。</p>		$1+2=3$ $2+3=5$ $3+4=7$ $4+5=9$ $5+6=11$ $6+7=13$ $7+1=9$
		$112+3=115 < 120$ $112+5=117 < 120$ $112+7=119 < 120$ $112+9=121 > 120$ $112+11=123 > 120$ $112+13=125 > 120$ $112+9=121 > 120$
		A: 星期五(六)(日)(一)

序號	2分樣卷-2	$30-1+1=30$ (5月1日~5月30日, 有30天) 假設5月1日是星期一 $30 \div 7 = 4 \dots 2$ $(1+2+3+4+5+6+7) \times 4 + (1+2) = 115$ $115 < 120 \Rightarrow$ 故5月1日不可能是星期一 假設5月1日是星期二 $30 \div 7 = 4 \dots 2$ $(2+3+4+5+6+7+1) \times 4 + (2+3) = 117$ $117 < 120 \Rightarrow$ 故5月1日不可能是星期二 假設5月1日是星期三 $30 \div 7 = 4 \dots 2$ $(3+4+5+6+7+1+2) \times 4 + (3+4) = 119$ $119 < 120 \Rightarrow$ 故5月1日不可能是星期三 假設5月1日是星期四 $30 \div 7 = 4 \dots 2$ $(4+5+6+7+1+2+3) \times 4 + (4+5) = 121$ $121 > 120 \Rightarrow$ 故5月1日可能是星期四 假設5月1日是星期五 $(5+6+7+1+2+3+4) \times 4 + (5+6) = 123$ $123 > 120 \Rightarrow$ 故5月1日可能是星期五 假設5月1日是星期六 $(6+7+1+2+3+4+5) \times 4 + (6+7) = 125$ $125 > 120 \Rightarrow$ 故5月1日可能是星期六 假設5月1日是星期日 $(7+1+2+3+4+5+6) \times 4 + (7+1) = 120$ $120 = 120 \Rightarrow$ 故5月1日不可能是星期日 答: 四五六
分數	2	
指引	2	
樣卷說明		
<p>正確利用張數的規律性，完整列舉並檢驗7種情形，僅呈現5/1為星期幾，但未明顯呈現5/30為星期幾的正確結論。</p>		

序號	2分樣卷-3	<p>5月1日~5月30日共有30天</p> <p>1星期有7天</p> $30 \div 7 = 4 \dots 2$ <p>星期一至星期天共寫：</p> $(1+7) \times 7 \div 2 = 28 \text{ (張)}$ <p>設剩下的2天 = 1天寫 x 張，另一天寫 $(x+1)$ 張</p> $28 \times 4 + x + (x+1) > 120$ $112 + 2x + 1 > 120$ $2x > 7$ $x > \frac{7}{2} < x < 3\frac{1}{2}$ <p>$\therefore x$ 可能為 4, 5, 6</p> <p>\rightarrow 5月30日可能為星期四, 五, 六</p>
分數	2	
指引	5	
樣卷說明		
<p>正確利用張數的規律性列出不等式並求解，但未明顯呈現 5/30 為星期幾的正確結論。</p>		

序號	1分樣卷-1	<p>5月1日如星期一則 $(1+2+3+\dots+7) \times 4 + 3 = 95$</p> <p>5月1日如星期二則 $(2+3+4+\dots+7) + (1+2+3+4+\dots+7) \times 3 + 3 = 106$</p> <p>5月1日如星期三則 $(3+4+5+\dots+7) + (1+2+3+\dots+7) \times 2 + 4 = 109$</p> <p>星期四則 $(4+5+6+\dots+7)$</p>
分數	1	
指引	1	
樣卷說明		
<p>呈現張數的規律性，雖寫出正確結論，但列舉不完整，檢驗過程不合理。</p>		
		<p>A=五六日</p>

序號	1分樣卷-2	<p>5/1 ~ 5/30 > 120張。 設5/30為星期五。</p> $1 \times 4 + 2 \times 4 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + 5 \times 5 + 6 \times 4 + 7 \times 4$ $= 4 + 8 + 12 + 20 + 25 + 24 + 28$ $= 24 + 25 + 27$ $= 121$ <p>故5/30可能為星期五。</p> <table style="margin-left: 200px;"> <tr><td>-</td><td>=</td><td>三</td><td>四</td><td>五</td><td>六</td><td>七</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td></tr> <tr><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td></tr> <tr><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td></tr> <tr><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td></td><td></td></tr> </table>	-	=	三	四	五	六	七			1	2	3	4		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30		
-	=		三	四	五	六	七																																					
			1	2	3	4																																						
5	6		7	8	9	10	11																																					
12	13	14	15	16	17	18																																						
19	20	21	22	23	24	25																																						
26	27	28	29	30																																								
分數	1																																											
指引	2																																											
樣卷說明																																												
<p>呈現張數的規律性，但未完整列舉並檢驗可能的情形，僅得出5/30為星期五的部分推論。</p>																																												

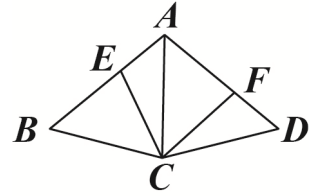
序號	0分樣卷-1	<table style="width: 100%;"> <tr><td>5月1日</td><td>5月20日</td></tr> <tr><td>5月2日</td><td>5月21日</td></tr> <tr><td>5月3日</td><td>5月22日</td></tr> <tr><td>5月4日</td><td>5月23日</td></tr> <tr><td>5月5日</td><td>5月24日</td></tr> <tr><td>5月6日</td><td>5月25日</td></tr> <tr><td>5月7日</td><td>5月26日</td></tr> <tr><td>5月8日</td><td>5月27日</td></tr> <tr><td>5月9日</td><td>5月28日</td></tr> <tr><td>5月10日</td><td>5月29日</td></tr> <tr><td>5月11日</td><td>5月30日</td></tr> <tr><td>5月12日</td><td></td></tr> <tr><td>5月13日</td><td></td></tr> <tr><td>5月14日</td><td></td></tr> <tr><td>5月15日</td><td></td></tr> <tr><td>5月16日</td><td></td></tr> <tr><td>5月17日</td><td></td></tr> <tr><td>5月18日</td><td></td></tr> <tr><td>5月19日</td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: right;">A: 5月30日星期一</p>	5月1日	5月20日	5月2日	5月21日	5月3日	5月22日	5月4日	5月23日	5月5日	5月24日	5月6日	5月25日	5月7日	5月26日	5月8日	5月27日	5月9日	5月28日	5月10日	5月29日	5月11日	5月30日	5月12日		5月13日		5月14日		5月15日		5月16日		5月17日		5月18日		5月19日	
5月1日	5月20日																																							
5月2日	5月21日																																							
5月3日	5月22日																																							
5月4日	5月23日																																							
5月5日	5月24日																																							
5月6日	5月25日																																							
5月7日	5月26日																																							
5月8日	5月27日																																							
5月9日	5月28日																																							
5月10日	5月29日																																							
5月11日	5月30日																																							
5月12日																																								
5月13日																																								
5月14日																																								
5月15日																																								
5月16日																																								
5月17日																																								
5月18日																																								
5月19日																																								
分數	0																																							
指引	2																																							
樣卷說明																																								
<p>策略模糊不清。</p>																																								

序號	0分樣卷-2	<p>∵ $30 \div 7 = 4 \dots 2$ ∴ 5月1日~5月30日共4禮拜又2天</p>
分數	0	
指引	2	
樣卷說明		
策略模糊不清。		

二、第 2 題試題內容、評分指引、樣卷說明

< 試題內容 >

如圖(十七)，四邊形 $ABCD$ 中， \overline{AC} 為 $\angle BAD$ 的角平分線， $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， E 、 F 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{AD} 上，且 $\overline{AE} = \overline{DF}$ 。請完整說明為何四邊形 $AECF$ 的面積為四邊形 $ABCD$ 的一半。



圖(十七)

< 評分指引 > 依據評分規準，此題評分指引如下：

分數	評分指引
3	<ol style="list-style-type: none"> 1. 正確使用角平分線的幾何性質，完整推論幾何圖形間的面積關係。 2. 正確使用角平分線的幾何性質，以適當的數學式表示幾何圖形面積，並完整推導出結論。
2	<ol style="list-style-type: none"> 1. 正確使用角平分線的幾何性質進行推論，但在說明幾何圖形間的面積關係時，缺乏步驟間的合理性。 2. 正確使用角平分線的幾何性質，以適當的數學式表示幾何圖形面積，但在推導出結論的過程中，缺乏步驟間的合理性。
1	<ol style="list-style-type: none"> 1. 正確寫出推論時需使用到的部分幾何性質或幾何圖形的面積關係，但無法合理推得結論。 2. 以適當的數學式表示部分幾何圖形的面積關係，但無法合理推導出結論。
0	<ol style="list-style-type: none"> 1. 只有答案或與題目無關。 2. 策略模糊不清或錯誤。

<樣卷說明>

序號	3分樣卷-1	<p>\overline{AC} 為角平分線。 則 $\triangle ABC$ 中 \overline{AB} 上的高與 $\triangle ACD$ 中 \overline{AD} 上的高等長。 $\overline{AE} = \overline{AD}$ $\overline{AE} = \overline{DF}$ 因為 $\overline{AB} - \overline{AE} = \overline{AD} - \overline{DF}$ 所以 $\overline{EB} = \overline{AF}$ $\triangle ACE = \triangle CDF$ $\triangle ACF = \triangle BCE$ 則 $\triangle ACE + \triangle ACF =$ 四邊形 $AECF$ $= \frac{1}{2} (\triangle ACE + \triangle ACF + \triangle BCE + \triangle CDF)$ $= \frac{1}{2}$ 四邊形 $ABCD$</p>
分數	3	
指引	1	
樣卷說明		
<p>正確使用角平分線性質得出兩高相等，合理且完整推論幾何圖形間的面積關係。</p>		

序號	3分樣卷-2	<p>在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中 $\because \angle BAC = \angle DAC$ (\overline{AC} 為 $\angle BAD$ 的角平分線) $\overline{AB} = \overline{AD}$ $\overline{AC} = \overline{AC}$ (公用邊) $\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$ (SAS 全等) 作 $\overline{CG} \perp \overline{AB}$ 於 G 點, $\overline{CH} \perp \overline{AD}$ 於 H 點 由 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ 可知 $\overline{CG} = \overline{CH}$ (對應邊上的高相等) $\times \overline{AE} = \overline{DF}$ 可知四邊形 $AECF$ 的面積 = $\frac{\overline{AE} \times \overline{CG}}{2} + \frac{\overline{AF} \times \overline{CH}}{2}$ $= \frac{\overline{DF} \times \overline{CH}}{2} + \frac{\overline{AF} \times \overline{CH}}{2}$ $= \frac{\overline{AD} \times \overline{CH}}{2} = \triangle ADC$ 面積 又 $\triangle ADC$ 面積 = $\triangle ABC$ 面積 (全等) = $\frac{1}{2}$ 四邊形 $ABCD$ 面積 得四邊形 $AECF$ 面積為四邊形 $ABCD$ 的一半</p>
分數	3	
指引	2	
樣卷說明		
<p>正確使用角平分線的幾何性質，得出兩高相等，合理且完整以數學式推導幾何圖形間的面積關係。</p>		

序號	2分樣卷-1	
分數	2	
指引	1	
樣卷說明		
未呈現根據角平分線性質得出高相等的結論，使得 $\triangle AEC = \triangle DCF$ 的理由(高相等)不充分，缺乏步驟間的合理性。		$\therefore \begin{cases} \overline{AB} = \overline{AD} \\ \angle BAL = \angle CAD \\ \overline{AC} \text{ (公用邊)} \end{cases}$ $\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC \text{ (SAS)}$ $\therefore \overline{AE} = \overline{DF}$ $\therefore \triangle AEC \text{ 面積} = \triangle DCF \text{ 面積}$ $\therefore \triangle ABC + \triangle ADC \text{ 面積} = \text{四邊形 } ABCD$ $\triangle AFC + \triangle AEC = \text{四邊形 } AEFC$ $\text{故 四邊形 } AEFC \text{ 面積} = \frac{1}{2} \text{ 四邊形 } ABCD \text{ 面積}$

序號	2分樣卷-2	
分數	2	
指引	2	
樣卷說明		
未明確根據已知 \overline{AC} 為角平分線說明 AB 與 AD 上的高相等，致使「高」代表同樣數值不明確；其在數學式中可被提出及消去(公因數)的理由不充分，缺乏步驟間的合理性。		$\overline{AB} = \overline{AD}$ $\overline{AE} = \overline{DF} = y$ $\text{所以 } \overline{BE} = \overline{AF} = x$ $\square \frac{AEFC}{ABCD} = \frac{y \times \frac{1}{2} \text{高} + x \times \frac{1}{2} \text{高}}{(y+x) \times \frac{1}{2} \text{高} + (y+x) \times \frac{1}{2} \text{高}} = \frac{\frac{1}{2} \text{高} (x+y)}{\frac{1}{2} \text{高} (2x+2y)}$ $= \frac{\frac{1}{2} \text{高} (x+y)}{\frac{1}{2} \text{高} (x+y)} = \frac{1}{2}$ <p>故 $\square AEFC$ 為 $\square ABCD$ 的一半</p>

序號	1 分樣卷-1	
分數	1	
指引	1	
樣卷說明		
僅正確推論 $\triangle ACB \cong \triangle ACD$ ，無法合理推得結論。		$\triangle ACB$ 與 $\triangle ACD$ 故 $\overline{AC} = \overline{AC}$ (平分線) $\overline{AB} = \overline{AD}$ (已知) $\angle BAC = \angle DAC$ (\overline{AC} 為 $\angle BAD$ 的角平分線) 所以 $\triangle ACB \cong \triangle ACD$ (SAS)

序號	1 分樣卷-2	
分數	1	
指引	2	
樣卷說明		
僅正確以數學式呈現 四邊形 $AECF$ $= \frac{\overline{AE} \cdot x}{2} + \frac{\overline{AF} \cdot y}{2}$ ，但未說明高相等且計算錯誤，無法合理推導結論。		$\because \overline{AB} = \overline{AD}, \overline{AE} = \overline{DF}$ $\therefore \overline{BE} = \overline{AF}$ 設 \overline{AB} 邊上的高為 x \overline{AD} 邊上的高為 y 四邊形 $ABCE$; 四邊形 $AECF$ $= \frac{\overline{AB} \cdot x}{2} + \frac{\overline{AD} \cdot y}{2} ; \frac{\overline{AE} \cdot x}{2} + \frac{\overline{AF} \cdot y}{2}$ $= \frac{2\overline{AB} \cdot (x+y)}{2} > \frac{(\overline{AE} + \overline{BE}) \cdot (x+y)}{2}$ $= 2\overline{AB} : \overline{AB}$ $= 2 = 1 \neq$

序號	0分樣卷-1	$\overline{AB} = \overline{AD}$ 又 $\overline{AE} = \overline{DF}$ 所以 $\overline{BE} = \overline{AF}$ \overline{AC} 平分 $\angle BAD$ 所以四邊形的面積 = 四邊形 $ABCD$ 的一半
分數	0	
指引	2	
樣卷說明		
僅寫出已知條件及部分線段關係，策略模糊不清。		